EXERCICES ** تــمــاريــن

Exercice 4.22

On donne les équations du mouvement d'un point M dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$:

$$x=\frac{1}{2}bt^2 \ , \ y=ct \ , \ z=\frac{3}{2}bt^2$$

Où b,c sont des constantes positives.

1/ Trouver la vitesse et l'accélération ainsi que leurs modules.

2/ Quelle est l'équation de la trajectoire du point m qui représente la projection verticale du point mobile M sur le plan XOY.

التمرين 22.4:

تعطى المعادلات لحركة نقطة مادية M في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$:

$$x=\frac{1}{2}bt^2 \ , \ y=ct \ , \ z=\frac{3}{2}bt^2$$

حيث c,b ثابتان موجبان.

1/ أوجد السرعة و التسارع وطويلتيهما.

2/ ما هي معادلة المسار للنقطة m التي تمثل المسقط العمودي للنقطة M المتحركة على المستوى XOY.

Exercice 4.23

Soit la trajectoire définie par :

$$\vec{r}=\vec{i}.3\cos 2t+\vec{j}.3\sin 2t+\vec{k}.(8t-4)$$

1/ Trouver le vecteur unitaire $\vec{T}$ tangent à la trajectoire.

2/ Si $\vec{}$ est le vecteur position d'un point se déplaçant sur C au temps t, vérifier que dans ce cas $\vec{v}=v.\vec{T}$.

التمرين 23.4:

ليكن المسار C المعرّف بــ:

$$\vec{r}=\vec{i}.3\cos 2t+\vec{j}.3\sin 2t+\vec{k}.(8t-4)$$

1/ أوجد شعاع الواحدة $\vec{T}$ المماسي للمسار.

2/ إذا كان $\vec{}$ هو شعاع موضع نقطة متحركة على المسار C في اللحظة t، تحقق أن في هذه الحالة $\vec{v}=v.\vec{T}$.

Exercice 4.24

Un point M décrit une hélice circulaire d'axe OZ.

Ses équations horaires sont :

$$x=R\cos\theta \ ; \ y=R\sin\theta \ , \ z=h\theta$$

R est le rayon du cylindre de révolution sur lequel est tracé l'hélice, h est une constante et θ l'angle que fait avec OX la projection OM' de OM sur XOY.

1/ Donner en coordonnées cylindriques les expressions de la vitesse et de l'accélération.

2/ Montrer que le vecteur vitesse fait avec le plan XOY un angle constant.

3/ Montrer que le mouvement de rotation est uniforme, que le vecteur accélération passe par l'axe du cylindre et est parallèle au plan XOY. Calculer le rayon de courbure.

التمرين 24.4:

ترسم نقطة مسارا حلزونيا دائريا حول المحور OZ، معادلاته الزمنية هي:

$$x=R\cos\theta \ ; \ y=R\sin\theta \ , \ z=h\theta$$

R يمثل نصف قطر الأسطوانة للدوران التي يرتسم عليها الحلزون، h ثابت و θ الزاوية التي يصنعها OX مسقط OM' لــ OM على XOY.

1/ إعط بالإحداثيات الأسطوانية عبارتي السرعة والتسارع.

2/ بيّن أن شعاع السرعة يصنع زاوية ثابتة مع المستوى XOY.

3/ بيّن أن الحركة الدورانية منتظمة، و أن شعاع التسارع يمرّ من محور الأسطوانة و موازي للمستوى XOY. أحسب نصف قطر الانحناء.

Exercice 4.25

Un mobile se déplace dans l'espace suivant la loi :

$$x=R\cos\omega t \ ; \ y=R\sin\omega t \ , \ z=\alpha t$$

Où $\alpha,\ \omega,\ R$ sont des constantes positives.

1/ Soit m la projection de M dans le plan XOY :

التمرين 25.4:

ينتقل متحرّك في الفضاء وفق القانون:

$$x=R\cos\omega t \ ; \ y=R\sin\omega t \ , \ z=\alpha t$$

حيث $\alpha,\ \omega,\ R$ ثوابت موجبة.

a/ Quelle est la nature de la trajectoire de m dans le plan XOY ?

b/ Quelle est la nature du mouvement de m suivant l'axe OZ ?

c/ En déduire la nature de la trajectoire du mobile M .

2/ dans le système des coordonnés cylindriques :

a/ écrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ et représenter la base $\left(\vec{u}_\rho,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_z\right)$ en un point M de l'espace.

b/ trouver la vitesse et l'accélération de M , ainsi que leurs modules. Déterminer leurs directions puis les représenter en un point de l'espace.

d/ en déduire le rayon de courbure.

1/ ليكن m مسقط M في المستوى XOY :

ا/ ما هو مسار m في XOY؟

ب/ ما هو نوع حركة m وفق المحور OZ؟

ج/ إستنتج نوعية مسار المتحرك M.

2/ في جملة الإحداثيات الأسطوانية:

ا/ أكتب عبارة شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}$ و مثّل القاعدة $\left(\vec{u}_\rho,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_z\right)$ عند نقطة M من الفضاء.

ب/ أوجد السرعة و التسارع لـــ M، و طويلتيهما. حدّد جهتيهما ثم مثلهما عند نقطة من الفضاء.

ج/ إستنتج نصف قطر الانحناء.

Exercice 4.26

1/ A partir des expressions des vecteurs unitaires de la base $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$ en coordonnées cartésienne, s'assurer des expressions suivantes :

$$\dot{\vec{u}}_\theta = -\dot{\theta}.\vec{u}_r + \dot{\varphi}.\cos\theta.\vec{u}_\varphi$$

$$\dot{\vec{u}}_r = \dot{\theta}.\vec{u}_\theta + \dot{\varphi}.\sin\theta.\vec{u}_\varphi$$

$$\dot{\vec{u}}_\varphi = -\dot{\varphi}\left(\sin\theta.\vec{u}_r + \cos\theta.\vec{u}_\theta\right)$$

2/ Montrer que l'accélération dans la base $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$ s'écrit :

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)\vec{u}_r + \\ +\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\varphi}^2\sin\theta.\cos\theta\right)\vec{u}_\theta + \\ +\left(r\ddot{\varphi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\varphi}.\sin\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta\right)\vec{u}_\varphi$$

التمرين 26.4:

1/ انطلاقا من عبارات أشعة واحدة القاعدة $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$ بالإحداثيات الكارتيزية ، تأكّد من العلاقات التالية:

$$\dot{\vec{u}}_\theta = -\dot{\theta}.\vec{u}_r + \dot{\varphi}.\cos\theta.\vec{u}_\varphi$$

$$\dot{\vec{u}}_r = \dot{\theta}.\vec{u}_\theta + \dot{\varphi}.\sin\theta.\vec{u}_\varphi$$

$$\dot{\vec{u}}_\varphi = -\dot{\varphi}\left(\sin\theta.\vec{u}_r + \cos\theta.\vec{u}_\theta\right)$$

2/ برهن أن التسارع في القاعدة $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$ يكتب:

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)\vec{u}_r + \\ +\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\varphi}^2\sin\theta.\cos\theta\right)\vec{u}_\theta + \\ +\left(r\ddot{\varphi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\varphi}.\sin\theta + 2r\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta\right)\vec{u}_\varphi$$

Exercice 4.27

Dans le système des coordonnées sphériques $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$, un point M se déplace sur la surface d'une sphère de rayon R. Ses deux coordonnées sphériques sont:

$$\theta = \left(\overrightarrow{OZ},\overrightarrow{OM}\right) = \frac{\pi}{6}rad \quad , \quad \varphi = \omega t^2 ,$$

Avec ω constante positive.

1/ Partant de l'expression du vecteur position en coordonnées sphériques :

a/ trouver la vitesse et l'accélération de ce mobile dans la base $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$,

b/ calculer les modules de la vitesse et de l'accélération,

d/ en déduire l'accélération normale.

2/ Partant cette fois de l'expression du vecteur position en coordonnées cartésiennes :

a/ trouver la vitesse et l'accélération dans la

التمرين 27.4:

في جملة الإحداثيات الكروية $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$ تتحرك نقطة مادية M على سطح كرة نصف قطرها R . إحداثيتاها الكرويتان هما:

$$\theta = \left(\overrightarrow{OZ},\overrightarrow{OM}\right) = \frac{\pi}{6}rad \quad , \quad \varphi = \omega t^2 ،$$

مع ω ثابت موجب.

1/ انطلاقا من عبارة شعاع الموضع في الإحداثيات الكروية:

ا/ أوجد السرعة و التسارع لهذه النقطة في القاعدة $\left(\vec{u}_r,\vec{u}_\varphi,\vec{u}_\theta\right)$،

ب/ أحسب طويلتي السرعة و التسارع،

ج/ إستنتج التسارع الناظمي.

2/ انطلاقا هذه المرة من عبارة شعاع الموضع في الإحداثيات الديكارتية:

ا/ أوجد السرعة و التسارع في القاعدة $\left(\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ثم

base $\left(\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ puis calculer de nouveau leurs modules et vérifier qu’ils coïncident avec les résultats de la question 1/b, 3/ a/ Quelle est la trajectoire du point M ? la représenter qualitativement, b/ Quelle est la nature du mouvement du point M ?	احسب من جديد طويلتيهما و تأكد من تطابقهما مع نتائج السؤال 1/ب، 3/ ا/ما هو مسار النقطة M ؟ مثل المسار كيفيا. ب/ ما طبيعة حركة النقطة M ؟

Ahmed FIZAZI_Univ-BECHAR